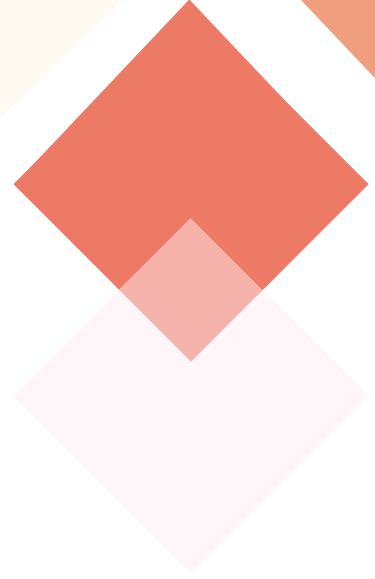


# 4. TEMA

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 2



## 4. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 2



## 1. ETKİNLİK ADI

e Sayısının Keşfi



|                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Etkinliğin Amacı</b>          | Bileşik faiz/kâr payı, şapka problemi gibi farklı problem bağlamlarından hareketle $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ şeklinde tanımlı f fonksiyonunun ortaya çıkışını fark edebilme ve bu fonksiyonun sonsuzdaki davranışı ile e sayısı arasındaki ilişkiyi matematik yazılımları yardımıyla inceleyebilme                                                                                 |
| <b>Zenginleştirme Uygulaması</b> | e sayısının önemine yönelik vurgu, bileşik faiz/kâr payı, şapka problemi gibi bağlamlarda ortaya çıkan uygun koşullarda, $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ şeklinde tanımlı fonksiyonla yapılabilir. Bu problem durumlarında fonksiyon elde edildikten sonra matematik yazılımları kullanılarak fonksiyonun sonsuzdaki davranışıyla e sayısı arasındaki ilişkiyi incelemeleri istenebilir. |
| <b>Araç Gereç</b>                | etkinlik kâğıdı, genel ağ bağlantısı olan etkileşimli tahta, hesap makinesi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |



## 1. Adım: Etkinliğe Giriş

e sayısının önemini vurgulamak için aşağıdaki soruları öğrencilere yöneltiniz.



Yıllık %30 bileşik faiz/kâr payı veren bir bankaya yatırdığınız paranıza yıl içerisinde; yıllık, 6 aylık, aylık, günlük vadeli işlem yapma yetkisi verilseydi kazanacağınız para miktarı hangi vade türü tercih edildiğinde daha fazla olurdu?



5 öğrenci ders başlangıcında şapkalarını askılığa asıyor ve ders sonunda her bir öğrenci askılıktan rastgele bir şapka alıyor. Her bir öğrencinin kendisinin olmayan bir şapkayı almış olma olasılık değeri kaçtır? Bu olasılık değeri kişi sayısı arttıkça belli bir sayıya yaklaşır mı?



## 2. Adım: Uygulama

- ♦ Öğrencileri dörder kişilik gruplara ayırınız.
- ♦ Karekoddaki Etkinlik Kâğıdını grup sayısı kadar çoğaltınız ve gruplara dağıtınız.
- ♦ Öğrencilerden, kendilerine dağıtılan Etkinlik Kâğıdında yer alan yönergeleri takip ederek verilen soruları cevaplamalarını isteyiniz.



Etkinlik Kâğıdına ulaşmak için karekodu kullanınız.

## ETKİNLİK KÂĞIDI

## ◆ Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Bir banka müşterilerine “Euler (Oyler) hesabı” adında özel bir hesap için kampanya şartlarını şu şekilde açıklamıştır:

- Bu hesaba yatırılan para miktarı yıllık %100 faiz oranı ile değerlendirir.
- Müşteri isterse yıl sonunu beklemeden, parasını çekip kârıyla birlikte tekrar yatırabilir. Bu durumda banka geçen süreye denk gelen oranda kâr verir.

Buna göre bir müşteri bankaya yatıracığı 1 TL parasının işlem sayısı sıklığına göre yıllık, 6 aylık, 3 aylık, aylık, günlük, saatlik ve saniyelik periyotlarla işlem yapıp yıl sonunda elde edilen toplam para miktarını veren f fonksiyonunun cebirsel temsili yazınız. Aşağıdaki tabloda verilen örneklerdeki gibi faiz dönemine ait yıl sonu toplam para değerlerini hesaplayarak e sayısı ile olan ilişkisini inceleyiniz.

| Faiz Dönemi                                               | İşlem Sayısı (x) | Hesaplama                                                                                                                              | Yıl Sonu Toplam Para |
|-----------------------------------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| Parasını yıllık yatırıp bir yıl işlem yapmazsa            | 1                | $1 \cdot \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 = 1 \cdot (1+1)^1 = 2$                                                                         | 2                    |
| Parasına bir yıl içinde 6 aylık periyotla işlem yaparsa   | 2                | $\left[1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = 2.25$ | 2,25                 |
| Parasına bir yıl içinde 3 aylık periyotla işlem yaparsa   |                  |                                                                                                                                        |                      |
| Parasına bir yıl içinde aylık periyotla işlem yaparsa     |                  |                                                                                                                                        |                      |
| Parasına bir yıl içinde günlük periyotla işlem yaparsa    |                  |                                                                                                                                        |                      |
| Parasına bir yıl içinde saatlik periyotla işlem yaparsa   |                  |                                                                                                                                        |                      |
| Parasına bir yıl içinde saniyelik periyotla işlem yaparsa |                  |                                                                                                                                        |                      |

Yaptığınız hesaplamaları göz önüne alarak, 1 TL'nin yıllık %100 faiz ile işlem sayısına (x) bağlı olarak yıl sonunda elde edilen toplam para miktarını veren f fonksiyonunun cebirsel temsili bulunuz.

## 4. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 2

Yandaki karekodda verilen  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  şeklinde tanımlı  $f$  fonksiyonunun grafiği üzerinde bulunan A noktasını sağa doğru hareket ettirerek fonksiyonun sonsuzdaki davranışını inceleyiniz ve  $e$  sayısı ile olan ilişkisini gözlemleyiniz.



Grafik temsiline ulaşmak için karekodu kullanınız.

2. Bir tiyatro oyunun sonunda vestiyerin önünde bekleyen  $x$  kişinin şapkalarını görevli Bay Euler dalgınlıkla rastgele dağıtmıştır. Bu dağıtımda her bir kişinin kendisine ait olmayan bir şapkayı almış olma olasılığı  $x$  kişi için yaklaşık olarak  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$  şeklinde tanımlı fonksiyonla hesaplanır.

- Bu fonksiyonun nasıl elde edildiğini araştırınız.

- Elde edilen bu fonksiyonun sonsuzdaki davranışının  $e$  sayısı ile ilişkisini araştırınız.

- Yandaki karekodda verilen  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$  şeklinde tanımlı  $f$  fonksiyonunun grafik temsili üzerinde bulunan A noktasını sağa doğru hareket ettirerek fonksiyonun sonsuzdaki davranışını inceleyiniz ve  $e$  sayısı ile olan ilişkisini gözlemleyiniz.



Grafik temsiline ulaşmak için karekodu kullanınız.

**3. Adım: Değerlendirme**

**Yönerge:** Etkinlik sonunda öğrencilerin çalışmalarını değerlendirebilmeleri amacıyla hazırlanan 3-2-1 Çıkış Kartı'nı çoğaltıp öğrencilere dağıtınız. Yandaki karekodu kullanarak 3-2-1 Çıkış Kartı'na ulaşabilirsiniz.



3-2-1 Çıkış Kartı'na ulaşmak için karekodu kullanınız.

**3-2-1 ÇIKIŞ KARTI****Adı ve Soyadı****Sınıfı****Tarih****Numarası**

Etkinlikteki çalışmalarınızı değerlendirmek için aşağıdaki 3-2-1 Çıkış Kartı'nı kullanınız.

**3 Yaz**

Bu etkinlikte öğrendiğiniz üç önemli bilgiyi yazınız.

1

2

3

**2 Sor**

Bu etkinlikle ilgili aklınıza takılan iki soru yazınız.

1

2

**1 Paylaş**

Bu etkinlikte öğrendiğiniz en ilginç kavramı yazınız.

1

## 4. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 2



## 2. ETKİNLİK ADI

## Logaritmanın Doğuşu



|                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Etkinliğin Amacı</b>          | Logaritmanın ortaya çıkış sürecini tarihsel bağlamıyla kavrayabilme, John Napier'in (Con Neypiyir) oluşturduğu sinüs tabloları ile logaritma arasındaki ilişkiyi keşfedebilme, üstel ve logaritmik fonksiyonların farklı disiplinlerde kullanımını anlayabilme                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Zenginleştirme Uygulaması</b> | Öğrencilere logaritmanın tarihsel gelişimi hakkında araştırma ödevi verilebilir. Araştırma görevinde öğrencilerden John Napier'in $0^\circ$ ile $60^\circ$ arasındaki açılarının sinüslerini hesapladığı tablo ile logaritma fonksiyonu arasındaki ilişkiye dair çıkarımda bulunmaları istenebilir. Farklı disiplinlerde karşılaşılan üstel veya logaritmik fonksiyonlara yönelik problemlere (astronomide bir cismin yörüngesini tamamlama süresinin belirlenmesi gibi) yer verilebilir. |
| <b>Araç Gereç</b>                | etkinlik kâğıdı, hesap makinesi, genel ağ bağlantısı olan etkileşimli tahta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |



## 1. Adım: Etkinliğe Giriş

Öğrencilerin logaritmanın ortaya çıkış sürecini tarihsel bağlamıyla kavramalarına, John Napier'in oluşturduğu sinüs tabloları ile logaritma arasındaki ilişkiyi keşfetmelerine yönelik aşağıdaki araştırmaları yapmalarını sağlayınız.

- Günümüzden yaklaşık 400 yıl önce, hesap makinesinin olmadığı bir dönemde, gök bilimcilerin ve denizcilerin devasa sayıları çarpma için aylarını harcadığını biliyor muydunuz? John Napier'in, çarpma işleminin yükünden kurtulup işlemleri sadece toplama yaparak çözebileceği bir matematiksel yöntem (logaritma) bulma aşamasında doğrudan sayılar yerine neden birim çemberdeki sinüs değerlerinden yola çıktığını araştırınız.
- Napier, logaritmayı tanımlarken aslında sabit hızla hareket eden bir nokta ile hızı kalan mesafeyle orantılı olarak azalan başka bir noktanın hareketini kıyaslamıştır. Peki, bir açının sinüs değeri (örneğin  $0^\circ$  ile  $60^\circ$  arası) küçüldükçe veya büyüldükçe, bu değerlerin Napier'in logaritma adını verdiği sayılarla eşleşmesinin, trigonometrik cetvelleri nasıl birer hesaplama aracına dönüştürdüğünü araştırınız.
- Napier'in 1614 yılında yayımladığı tablolarda aslında bugünkü anlamda bir taban ( $\log_a x$  gibi) bulunmuyordu. Yandaki karekodda Napier'in 21 derece için hazırlamış olduğu tablo verilmiştir. Tabloyu inceleyerek sinüs değerleri ile logaritma değerlerini ayrı ayrı inceleyerek çıkarımda bulununuz.



Napier'in 21 derece için hazırlamış olduğu tabloya ulaşmak için karekodu kullanınız.

## 2. Adım: Uygulama

- ◆ Öğrencileri dörder kişilik gruplara ayırınız.
- ◆ Karekoddaki Etkinlik Kâğıdını grup sayısı kadar çoğaltınız ve gruplara dağıtınız.
- ◆ Öğrencilerden, kendilerine dağıtılan Etkinlik Kâğıdında yer alan yönergeleri takip ederek verilen soruları cevaplamalarını isteyiniz.
- ◆ Etkinlikte yer alan görev için gruplara yeterli süreyi veriniz.



Etkinlik Kâğıdına  
ulaşmak için karekodu  
kullanınız.

## 4. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 2

## ETKİNLİK KÂĞIDI

## ♦ Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Bir astrofizikçi, Dünya'dan gözlemlenen iki farklı yıldızın parlaklıklarını karşılaştırmaktadır. A yıldızının ışık şiddeti ( $I_A$ ), B yıldızının ışık şiddetinin ( $I_B$ ) 40 katı kadardır. Gök biliminde bir yıldızın parlaklığının sayısal ölçüsü kadir derecesi ile ifade edilir. A ve B gök cisimlerinin görünür kadir dereceleri arasındaki fark

$$m_A - m_B = -2,5 \cdot \log\left(\frac{I_A}{I_B}\right)$$

formülüyle hesaplanır.

A yıldızının görünür kadir derecesi  $m_A = 1,5$  ise B yıldızının kadir derecesini ( $m_B$ ) bulunuz ( $\log 4 \approx 0,6$  alınız). Elde ettiğiniz sonuçlara göre bir gök cisminin kadir derecesi büyüdükçe parlaklığının nasıl değiştiğini matematiksel olarak yorumlayınız.

2. Yeni keşfedilen bir virüsün bir bölgedeki yayılımı, t saat sonraki hasta sayısını temsil eden

$$h(t) = 1000 \cdot 2^{\frac{t}{4}}$$

şeklinde tanımlı üstel fonksiyonla modellenmektedir.

Buna göre hasta sayısının 128 000'e ulaşması için kaç saat geçmesi gerektiğini işlem basamaklarını göstererek hesaplayınız. Bir bölgedeki sağlık sisteminin maksimum hasta tedavi kapasitesi 250 000 kişi olduğuna göre, hasta sayısının artış hızının bu kapasite üzerindeki etkisini zaman bakımından değerlendiriniz.

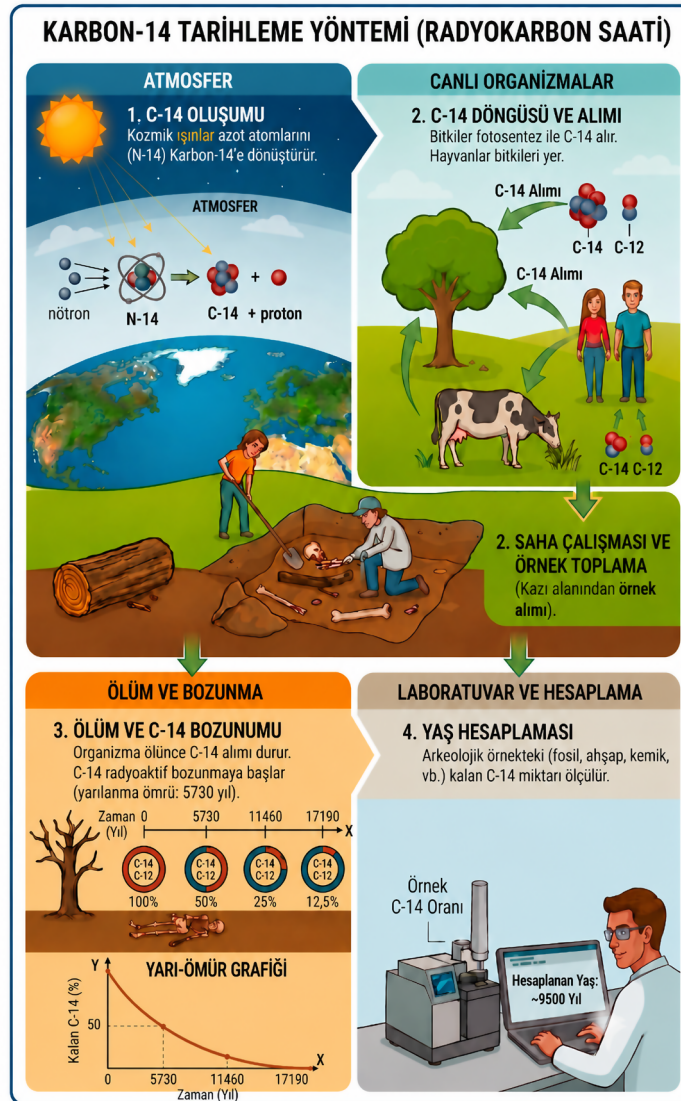
## 4. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 2

3. Canlı dokulardaki Karbon-14 izotopu, canlı öldükten sonra bozunmaya başlar. Bir kalıntının yaşı ( $t$ ), içerdiği C-14 miktarının ( $A$ ), canlı bir dokudaki C-14 miktarına ( $A_0$ ) oranı kullanılarak

$$t = -8267 \cdot \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

formülü ile hesaplanır.

Aşağıdaki görselde, Karbon-14 izotopunun doğadaki döngüsünü ve canlı kalıntılarının yaşını belirlemek için kullanılan radyoaktif bozunma süreci aşamalı bir şekilde açıklanmaktadır.



Bir kazı alanında bulunan antik bir odun parçasındaki C-14 miktarının, günümüzdeki canlı bir ağacın taşıdığı miktarın yarısı olduğu tespit edilmiştir. Bu buluntunun yaklaşık yaşını hesaplayınız ( $\ln 2 \approx 0,69$  alınız). Radyoaktif bozunmanın "üstel azalma" karakterinin arkeolojik tarihlemedeki kesinlik payını nasıl etkilediğini tartışınız.

## 4. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 2

## 3. Adım: Değerlendirme

**Yönerge:** Etkinlik sonunda öğrencilerin çalışmalarını değerlendirebilmeleri amacıyla hazırlanan 3-2-1 Çıkış Kartı'nı çoğaltıp öğrencilere dağıtınız. Yandaki karekodu kullanarak 3-2-1 Çıkış Kartı'na ulaşabilirsiniz.



3-2-1 Çıkış Kartı'na ulaşmak için karekodu kullanınız.

## 3-2-1 ÇIKIŞ KARTI

Adı ve Soyadı

Sınıfı

Tarih

Numarası

Etkinlikteki çalışmalarınızı değerlendirmek için aşağıdaki 3-2-1 Çıkış Kartı'nı kullanınız.

3 Yaz

Bu etkinlikte öğrendiğiniz üç önemli bilgiyi yazınız.

1

2

3

2 Sor

Bu etkinlikle ilgili aklınıza takılan iki soru yazınız.

1

2

1 Paylaş

Bu etkinlikte öğrendiğiniz en ilginç kavramı yazınız.

1